

带恒功率负载的 BUCK 变换器的稳定性分析及 PID 参数整定

吴家荣¹, 陆益民^{1,2}

(1. 广西大学电气工程学院, 广西 南宁市 530004,
2. 电气工程国家级实验教学示范中心 (广西大学), 广西 南宁市 530004)

Stability Analysis of BUCK Converter With Constant Power Loads and PID Design

WU Jiarong¹, LU Yimin^{1,2}

(1. College of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, Guangxi, China, 2. National Demonstration Center for Experimental Electrical Engineering Education (Guangxi University), Nanning 530004, Guangxi, China)

ABSTRACT: Based on the negative impedance characteristics of constant power loads has brought system instability and the problem of PID parameter setting, firstly, the small signal model of BUCK converter with constant power loads is established and stability of the system is analyzed, the stable domain of PID parameters is given. Secondly, based on the ITAE(Integral Time Absolute Error) index, the PID parameter is determined, then design a PID controller for the system. Next, sensitivity of the roots of characteristic is analyzed, and the influence degree of parameter variation on system stability is discussed. Finally, design a 75W prototype to validate its control effect, and the experimental results show that the designed controller makes the system has a good dynamic and steady.

KEY WORDS: constant power loads; BUCK converter; ITAE; PID controller; characteristic root sensitivity

摘要: 针对恒功率负载所具有的负阻抗特性给系统带来的不稳定性及 PID 控制器参数难以整定的问题, 首先建立了带恒功率负载的 BUCK 变换器的小信号模型, 分析了系统的稳定性, 给出了 PID 参数的稳定域。其次设计了 PID 控制器, 基于 ITAE (Integral Time Absolute Error) 指标, 采用最佳标准化传递函数系数来整定 PID 参数。接着分析了系统的特征根灵敏度, 讨论了参数变化对系统稳定性的影响程度。最后通过一台 75W 的原理样机对其控制效果进行验证, 实验结果表明: 所设计的控制器使得系统具有良好的动态和稳定性能。

关键词: 恒功率负载; BUCK 变换器; ITAE 准则; PID 控制器; 特征根灵敏度

1 引言

随着电力电子技术的快速发展和分布式电源的广泛应用, 带恒功率负载(constant power loads, CPL)的 DC-DC 变换器的应用越来越普遍。CPL 是一类消耗功率为定值的负载, 图 1 给出了其 U - I 特性曲线。由图可知, 随着 U 的增加, I 却减小, 使得功率 $P=UI$ 为常数, 负载的动态电阻 $R=U/I>0$, 但是小信号阻抗 $\Delta r=\Delta U/\Delta I=-R<0$, 其电阻特性是一条斜率为负的直线, 这就是恒功率负载的负阻抗特性。这常常使得系统的特征根位于复平面的右半部分, 导致系统的不稳定。

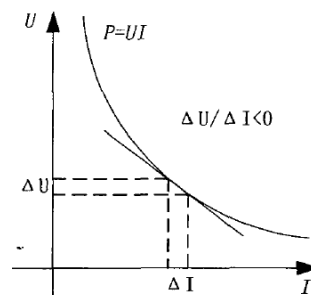


图 1 恒功率负载的 U - I 特性曲线

Fig.1 U - I characteristics of constant power loads

国内外学者对带 CPL 的 DC-DC 变换器进行了大量的研究^[1-3], 也对其 PID 控制器提出了多种参数整定方法^[4-5]。文献[6]提出了基于 RBF 网络辨识的神经网络直接整定 PID 控制参数, 通过 RBF 网络在线辨识软开关 DC-DC 变换器的数学模型, 得到其 Jacobian 信息, 再通过神经网络直接在线整定 PID 参数, 但神经网络需要大量数据预先进行训练, 使得工作量大, 耗时长; 文献[7]提出了一种基于模糊 PID 的数字控制方法, 通过对输出电压的偏差及偏差变化率的识别进行模糊推理, 实现对 PID 参数的在线调节, 由于该调节

方法的模糊控制规则多,且偏差与 PID 参数的定性关系只能通过实验操作经验获得,实用性不强;文献[8]提出了通过前向算法实现 PID 神经网络的控制规律和参数整定,其计算比较复杂。

由于以上方法对 PID 参数的整定计算复杂,使得其应用受到了一定的限制。因此,本文在讨论带 CPL 的 BUCK 变换器的稳定性基础上,针对 PID 参数整定的难题,给出了 PID 参数的稳定域,基于 ITAE 指标,采用最佳标准化传递函数系数来整定 PID 参数,考虑到参数变化对系统稳定性的影响,讨论了特征根的灵敏度问题。采用所提出的方法为 BUCK 变换器设计了 PID 控制器,最后通过一台 75W 的原理样机对其控制效果进行验证。

2 系统小信号模型及其稳定性分析

带 CPL 和电阻性负载的 BUCK 主电路如图 2 所示。其中 V_i 为变换器的输入直流电压, v_o 为输出电压, d 为开关管的占空比, L 为变换器的电感值, C 为电容值, R 为负载电阻, P 为恒功率负载。

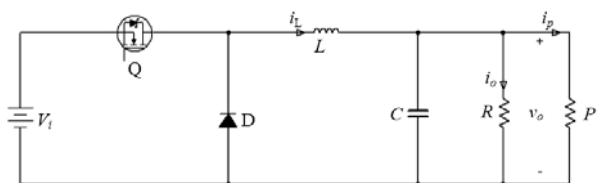


图 2 带恒功率负载和电阻性负载的 BUCK 变换器

Fig.2 BUCK converter with constant power loads and resistive loads

在 CCM 模式下带 CPL 和电阻性负载的 BUCK 变换器从控制到输出的传递函数^[9]为:

$$G_{vd}(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{V_i / (LC)}{s^2 + \left(\frac{1}{CR} - \frac{P}{CV_o^2} \right) s + \frac{1}{LC}} \quad (1)$$

DC-DC 变换器系统易受到电源扰动和负载扰动的影响,恒功率负载所特有的负阻抗特性,使得系统往往不能满足稳定性的需求。PID 控制器通过一个简单的反馈系统完成比例、积分、微分的运算过程,以此来实现对静态误差的估计和消除^[10]。由于简单实用,其在 DC-DC 变换器控制中得到了广泛的应用,其基本控制规律可描述为:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (2)$$

对于带 CPL 和电阻性负载的 BUCK 变换器,设计一个 PID 控制器,也就是去寻找适当的 K_p , K_I , K_D 三个参数的值,以使得闭环控制系统达到良好的稳定输出效果。所提出的控制系统结构框图如图 3 所示。

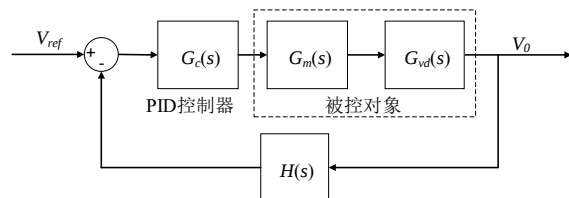


图 3 BUCK 变换器控制框图

Fig.3 Control block diagram of BUCK converter

图中, $H(s)$ 为反馈分压网络的传递函数,为一常数,取 $H(s)=h$, $G_m(s)$ 为 PWM 脉宽调制器的传递函数, $G_m(s)=1/V_M$, 其中 V_M 为三角载波的幅值, $G_c(s)$ 为 PID 控制器传递函数。由图 3 可得 BUCK 变换器控制系统的闭环传递函数为:

$$G(s) = \frac{G_c(s)G_m(s)G_{vd}(s)}{1 + H(s)G_c(s)G_m(s)G_{vd}(s)} \quad (3)$$

$$= \frac{F(s)}{s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

式中: $b_2 = 1/(CR) - P/(CV_o^2) + hV_i K_D / (LCV_M)$, $b_1 = (V_M + hV_i K_P) / (LCV_M)$, $b_0 = hV_i K_I / (LCV_M)$, $F(s) = V_i (K_D s^2 + K_P s + K_I) / (LCV_M)$ 。

根据式 (3) 知,闭环系统的特征方程为:

$$s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0 = 0 \quad (4)$$

现讨论此三阶系统的稳定性。由自动控制原理可知,要使得系统稳定,则其闭环传递函数的特征根必须位于 s 平面的左半平面。对式 (4),根据劳斯稳定判据^[11],系统稳定的充要条件是 $b_0 > 0$, $b_2 > 0$ 且 $b_2 b_1 - b_0 > 0$ 。因此 $b_2 > 0$ 是系统稳定的必要条件之一。把相关参数代入以上不等式,得到 PID 参数的稳定域为:

$$\begin{cases} K_p > 0 \\ K_I > 0 \\ K_D > \left(\frac{P}{V_o^2} - \frac{1}{R} \right) \frac{LV_M}{hV_i} \\ \left(\frac{1}{CR} - \frac{P}{CV_o^2} + \frac{hV_i K_D}{LCV_M} \right) \left(\frac{V_M}{hV_i} + K_p \right) > K_I \end{cases} \quad (5)$$

3 PID 控制器的设计

PID 控制器参数可通过 Z-N 法^[12]或试凑法^[13]等方法确定,但工作量往往较大,难以满足实用性的需求。因此,现以 ITAE(Integral Time Absolute Error)性能指标 $J = \int_0^\infty t |e| dt = \min$ 为目标函数,

基于 ITAE 性能指标最优系数来整定 PID 参数^[14]。

式(4)是一个 3 阶系统。根据 ITAE 优化方法可知,3 阶位移无静差系统 ITAE 最佳标准化传递函数为:

$$s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3 \quad (6)$$

式中, ω_n 为线性系统无阻尼自然振荡频率。结合式(4)和式(6)可以得到如下的关系式:

$$\begin{cases} b_2 = 1.75\omega_n \\ b_1 = 2.15\omega_n^2 \\ b_0 = \omega_n^3 \end{cases} \quad (7)$$

根据式(7),求得 PID 参数的值为:

$$\begin{cases} K_p = (2.15LCV_M\omega_n^2 - V_M) / hV_i \\ K_I = LCV_M\omega_n^3 / hV_i \\ K_D = \frac{LCV_M}{hV_i} \left(1.75\omega_n - \frac{1}{CR} + \frac{P}{CV_o^2} \right) \end{cases} \quad (8)$$

对于 ω_n 的选择,在本系统中,要使系统稳定运行并获得较好的控制效果,应尽量保证控制系统的时间常数与原系统的时间常数保持在同一个数量级。如果两者相差太远,则原系统有可能成为正反馈系统,很难达到稳定^[15]。因此可选择 ω_n 为 BUCK 变换器时间常数 τ 的倒数,即:

$$\omega_n = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (9)$$

4 参数 b_2 对特征根灵敏度的讨论

对控制系统而言,最重要的问题之一是系统

的稳定性,但系统的各个参数可能随环境的改变和使用时间的长短而变化,因此,有必要研究控制系统参数的特征根灵敏度问题^[16],即当系统的某个参数发生变化时,它对传递函数特征方程的根会发生多大的影响。

由于在系统运行期间,系统中的负载电阻 R 和 CPL 的功率 P 易受到扰动的影响,由式(4)可知, b_2 可视为一个可变的参数,现讨论参数 b_2 对特征根的灵敏度问题。

一元三次方程可用盛金求根公式^[17]求解。在这里,仅讨论当 $B^2 - 4AC > 0$,即方程有一个实根和一对共轭复根时的情形,其中, $A = b_2^2 - 3b_1$, $B = b_1b_2 - 9b_0$, $C = b_1^2 - 3b_2b_0$ 。对特征方程(4)求解,得:

$$\begin{cases} s_1 = \frac{-b_2 - \sqrt[3]{Y_1} - \sqrt[3]{Y_2}}{3} \\ s_2 = \frac{-2b_2 + \sqrt[3]{Y_1} + \sqrt[3]{Y_2} + \sqrt{3}(\sqrt[3]{Y_1} - \sqrt[3]{Y_2})i}{6} \\ s_3 = \frac{-2b_2 + \sqrt[3]{Y_1} + \sqrt[3]{Y_2} - \sqrt{3}(\sqrt[3]{Y_1} - \sqrt[3]{Y_2})i}{6} \end{cases} \quad (10)$$

式中参数符合以下关系:

$$\begin{cases} Y_1 = Ab_2 + 3 \left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2} \right) \\ i^2 = -1 \\ Y_2 = Ab_2 + 3 \left(\frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2} \right) \end{cases} \quad (11)$$

假设 BUCK 变换器主电路和控制器参数额定值如表 1 所示。

表 1 BUCK 变换器系统参数
Tab.1 Parameters of BUCK converter system

系统参数	取值
额定输入电压 V_i/V	50
输出电压 v_o/V	30
参考电压 V_{ref}/V	30
反馈系数 h	1
三角波载波幅值 V_M/V	1
滤波电感 L/mH	1.8
滤波电容 $C/\mu F$	330
恒压电阻 R/Ω	20
恒功率负载 P/W	30
开关频率 f/kHz	50

将参数的额定值代入式(10),并以下标“0”表

示在各参数的额定值处取值, 可得:

$$\begin{cases} s_{10} = -906.3 \\ s_{20} = -666.7 + 1367i \\ s_{30} = -666.7 - 1367i \end{cases} \quad (12)$$

特征根均在 s 的左半平面, 由此可知, 系统在额定参数下是稳定的。

由相对灵敏度定义^[18], 式 (10) 所示的三个特征根对参数 b_2 的半相对灵敏度分别为:

$$\begin{cases} S_{b_2}^{s_1} = \frac{\partial s_1}{\partial b_2 / b_2} \Big|_{a_0} = b_2 \frac{-1 - E - N}{3} \Big|_{a_0} \\ S_{b_2}^{s_2} = \frac{\partial s_2}{\partial b_2 / b_2} \Big|_{a_0} = b_2 \frac{-2 + E + N + \sqrt{3}(E - N)i}{6} \Big|_{a_0} \\ S_{b_2}^{s_3} = \frac{\partial s_3}{\partial b_2 / b_2} \Big|_{a_0} = b_2 \frac{-2 + E + N - \sqrt{3}(E - N)i}{6} \Big|_{a_0} \end{cases} \quad (13)$$

式中, a_0 为系统各个参数的额定值, E 、 N 分别为 $\sqrt[3]{Y_1}$ 和 $\sqrt[3]{Y_2}$ 对参数 b_2 的导数, 满足:

$$\begin{cases} E = \frac{1}{3} Y_1^{-\frac{2}{3}} \left[A - \frac{3}{2} b_1 + \frac{3}{4} (B^2 - 4AC)^{-\frac{1}{2}} (2Bb_1 - 8b_2C + 12Ab_0) + 2b_2^2 \right] \\ N = \frac{1}{3} Y_2^{-\frac{2}{3}} \left[A - \frac{3}{2} b_1 - \frac{3}{4} (B^2 - 4AC)^{-\frac{1}{2}} (2Bb_1 - 8b_2C + 12Ab_0) + 2b_2^2 \right] \end{cases} \quad (14)$$

代入相关参数, 得:

$$\begin{cases} S_{b_2}^{s_1} = 336.5 + 215.3i \\ S_{b_2}^{s_2} = -1474.6 - 830.3i \\ S_{b_2}^{s_3} = -1101.6 + 614.9i \end{cases} \quad (15)$$

上述灵敏度的模和相角分别为:

$$\begin{cases} |S_{b_2}^{s_1}| = 399.5, \angle S_{b_2}^{s_1} = 32.6^\circ \\ |S_{b_2}^{s_2}| = 1692.3, \angle S_{b_2}^{s_2} = -150.6^\circ \\ |S_{b_2}^{s_3}| = 1261.6, \angle S_{b_2}^{s_3} = 150.8^\circ \end{cases} \quad (16)$$

由此可见, 参数 b_2 的变化对特征根产生很大的影响。为了更直观地看出参数 b_2 对特征根的影响, 可画出 b_2 作为参数变化时的根轨迹图, 如图 4 所示。由图中根轨迹与虚轴的交点知 $b_2=595$, 因此, 要想系统稳定, 则必须保证 $b_2>595$ 。

由式 (5) 知, 带 CPL 的 BUCK 变换器闭环

系统稳定的必要条件之一为:

$$\frac{V_o^2}{R} + hV_iV_o^2 \left(\frac{K_D}{LV_M} - \frac{CK_I}{V_M + hV_iK_P} \right) > P \quad (17)$$

即当 R 和 P 满足不等式 (17) 时, 系统才能保证稳定。

由文献[19]知, 带 CPL 的 BUCK 变换器开环系统稳定的必要条件之一为:

$$\frac{V_o^2}{R} > P \quad (18)$$

即恒功率负载消耗的功率必须小于恒压负载的功率。结合式 (5)、(17) 和 (18) 可看出, 带 CPL 的 BUCK 变换器在加入 PID 控制器后, 可使得 R 和 P 在较大范围内变动时, 系统仍然能保证稳定。

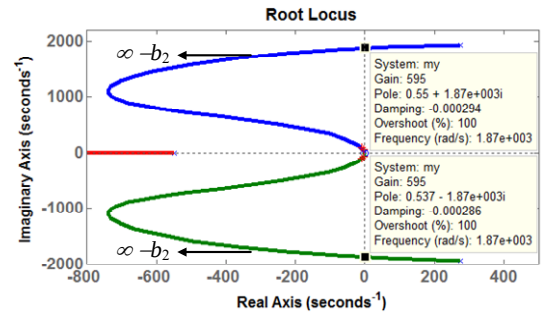


图 4 参数 b_2 变化时根轨迹图

Fig.4 Root path graph under b_2 parameter changes

5 实验验证

为了验证所提出的控制策略的效果, 本文设计了一台 75W 带阻性负载和 CPL 的 BUCK 变换器的原理样机, 并从电阻性负载扰动和恒功率负载扰动两个方面对系统进行实物测试实验。BUCK 变换器的系统参数如表 1 所示。恒功率负载采用固纬 DC 电子负载 PEL-3031e, PID 控制器采用 DSP2812 开发板来实现其控制算法, 系统实物图如图 5 所示。

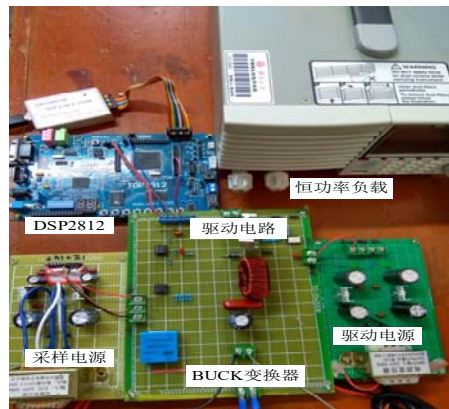


图5 系统实物图

Fig.5 Real figure of the system

5.1 系统响应稳态特性

图6给出了系统阶跃输入时输出电压和输出电流的波形图。由图可知,在系统启动瞬间,经过30ms的上升时间即可到达设定值30V。因此,BUCK变换器具有快速的响应速度,并几乎没有超调。

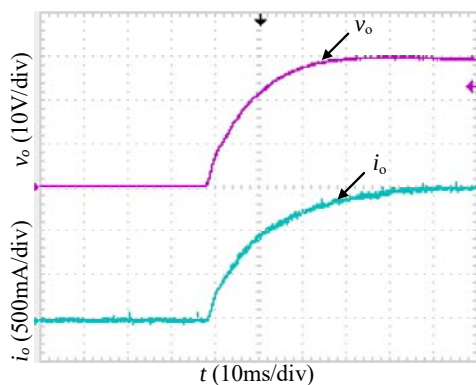


图6 系统阶跃响应输出电压、电流波形图

Fig.6 Output voltage and current waveform of the system response time

5.2 扰动下系统动态特性

图7和图8分别为在电阻性负载扰动和恒功率扰动下的输出电压、电流波形图。由图7可看出,在负载电阻跳变瞬间,输出电流 i_o 能快速跟踪负载电阻的跳变,且输出电压经过PID控制器调节后,能够迅速地稳定在参考值30V,超调量极小;由图8可看出,流过CPL的电流 i_p 能迅速地响应CPL功率的跳变,输出电压能够快速稳定在参考值30V,给CPL提供稳定的功率,调节时间短。因此,在电阻性负载扰动和恒功率扰动下,采用本文的控制策略使得输出电压稳定在参考电压30V,具有良好的调节性能。

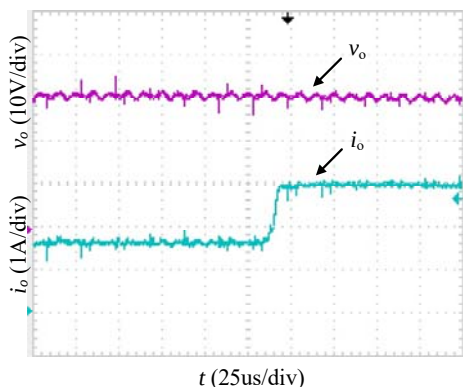
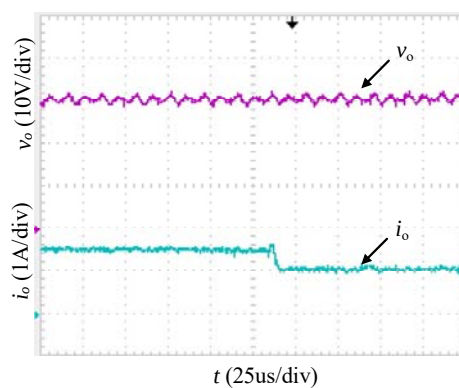
(a) $P=30W$, 负载电阻由 $R=20\Omega$ 跳变至 $R=10\Omega$ (b) $P=30W$, 负载电阻由 $R=20\Omega$ 跳变至 $R=30\Omega$

图7 电阻性负载扰动下的输出电压波形图

Fig.7 Output voltage waveform under the resistance load disturbance

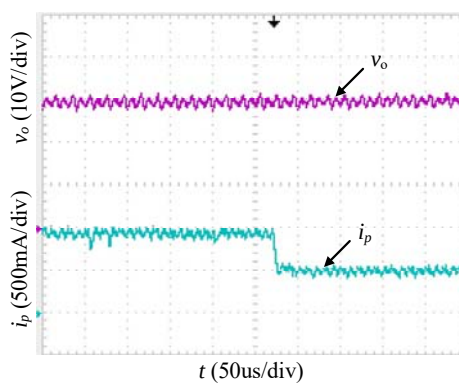
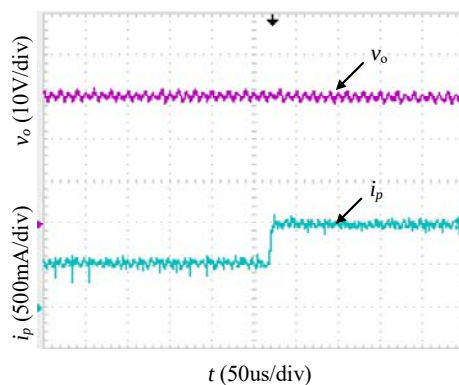
(a) $R=20\Omega$, CPL 功率由 30W 跳变至 15W(b) $R=20\Omega$, CPL 功率由 15W 跳变至 30W

图8 恒功率扰动下的输出电压波形图

Fig.8 Output voltage waveform under the constant power disturbance

6 结语

本文在研究带CPL的BUCK变换器的稳定性基础上,针对PID参数整定的难题,给出了PID参数的稳定域,并采用ITAE最佳标准化传递函数系数来整定PID参数,简化了PID控制器参数的设计,考虑到参数变化对特征根的影响,讨论了根的灵敏

度问题, 得出了系统维持稳定时系统参数所满足的条件。通过一台 75W 的原理样机证明了理论分析的正确性和控制参数整定方法的可行性。系统在所提出的控制器作用下, 具有良好的动态和稳定性能。

参考文献

- [1] 张旭辉, 温旭辉, 赵峰. 抵消恒功率负载负阻抗特性影响的双向 Buck/Boost 变换器控制策略[J]. 电工技术学报, 2013, 28(11): 195-201.
- [2] 宋欣达, 郑世强. 基于虚拟阻尼补偿的恒功率负载系统控制方法[J]. 电机与控制学报, 2016, 20(8): 1-9.
- [3] PIERRE M, DIDIER M, BABAK N, et al. Large-signal stabilization of a DC link supplying a constant power load using a virtual capacitor impact on the domain of attraction[J]. IEEE Transactions on Industrial Application tions, 2012, 48(3): 878-887.
- [4] 崔家瑞, 李擎, 张波, 等. 永磁同步电机变论域自适应模糊 PID 控制[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(S1): 190-194.
- [5] WANG Qingshan, LIANG Deliang, DU Jinhua. Design of mining flame proof voltage stabilizing transformer adopting adaptive fuzzy PID controller[C]. 2014 17th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), October 22-25, 2014, Hangzhou, China, IEEE, 2014: 678-681.
- [6] 邹清洋. 软开关 DC-DC 变换器的 PID 神经网络控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2015.
- [7] Guo Yifeng, Zhang Chengning, Wang Zhifu. Study on the Method of Fuzzy PID Control for DC/DC Converter [J]. 2010 International Conference on Information, Networking and Automation, October 18-19, 2010, Kunming, China, IEEE, 2010: 329-332.
- [8] Guo B, Liu H, Luo Z, et al. Adaptive PID control based on BP neural network[C]. International Joint Conference on Artificial Intelligence, 2009: 148-150.
- [9] Zhao Yue, Qiao Wei, Ha Daiyun. A sliding-mode duty-ratio controller for DC/DC BUCK converters with constant power Loads [J]. IEEE Transactions on Industrial Application tions, 2014, 50(2): 1448-1458.
- [10] 刘金琨. 先进 PID 控制及其 Matlab 仿真[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [11] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [12] 陈永庆. 基于 Z-N 算法的 PID 炉温控制[J]. 大连交通大学学报, 2008, 29(2): 50-53.
- [13] 金奇, 邓志杰. PID 控制原理及整定方法[J]. 重庆工学院学报, 2008, 22(5): 91-94.
- [14] 宋建梅, 王正杰. 自动控制原理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [15] 高朝晖, 等. BUCK 变换器带恒功率负载反馈精确线性化控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(7): 1118-1120.
- [16] 赵阳, 闻新, 王浩. 基于 MATLAB 的特征根灵敏度分析[J]. 工业控制计算机, 2012, 25(2): 69-72.
- [17] 范盛金. 一元三次方程的新求根公式与新判别法[J]. 海南师范学院学报 (自然科学版), 1989, 2(2): 91-98.
- [18] 罗键. 系统灵敏度理论导论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1990.
- [19] 任世涛. 恒功率负载下的 DC/DC 变换器的稳定性分析与控制方法[D]. 南宁: 广西大学, 2010.

作者简介:

吴家荣 (1989-), 男, 博士研究生, 研究方向: 电力电子系统的非线性控制, E-mail: GXDXwujiarong@163.com。

陆益民 (1970-), 女, 博士生导师, 研究方向: 电力电子系统的分析与控制, E-mail: y.m.lu@gxu.edu.cn。